

14. Consonance and Scales

John Pierce

14.1 Numbers

- 동시에 들리는 tone은 서로 상호 작용을 해서 화성(Harmony), 불협화성(dissonant), 소음(noisy) 등이 만들어짐
- 사인파 사운드
 - cochlea의 basilar membrane을 따라 진동하는 자극의 패턴으로 이루어짐
 - 두 개의 사운드는 임계대역보다 더 세분화된 주파수를 지닐 때는 패턴이 오버랩 되지 않으며 사인파들은 서로 상호작용이 이루어지지 않음¹⁾
 - 임계대역 1/4정도 지점의 주파수대가 가장 많은 상호 작용을 함

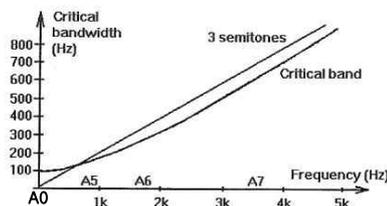


Figure 14.1 The curve shows the width of critical bandwidth plotted against frequency. The straight line represents a musical minor third plotted against frequency.

Table 14.1 The musical mystery of consonant ratios of small integers

1:2	2:3	3:4	4:5	5:6
		(3:4)	(4:5)	3:5

Note: In classical times these ratios of small numbers used by Greeks were lengths of strings. The modern interpretation is ratios of frequencies

- Critical Bandwidth의 plotted지점(Y축) 과 Frequency(X축)
- Frequency 보다 critical bandwidth의 수치가 더 크다
A0(27.5Hz) 지점 - Critical Band는 약 100Hz
- 귀의 임계대역은 높은 주파수보다 낮은 주파수에서 훨씬 좁음
A5 지점(880Hz) - Critical Band는 약 180Hz
A7 지점(350Hz) - Critical Band는 약 550Hz

1) <http://www.ansetech.co.kr/anse/2001s-4.htm>

임계대역(Critical Band) : 인간의 청각 기관은 외이, 중이, 내이로 구성
 - 외이는 주변소리에 대한 음향에너지의 압력변화를 모아 고막(중이)에 전달하고 중이는 전달된 압력변화를 증폭하여 기계적 운동 값으로 변환하며 내이에서는 전달된 기계적 진동량이 청각 신경계를 자극하도록 전기적 펄스 값으로 변환시켜 뇌에 전달함.
 - 기저막에는 약 3만개의 섬유세포가 있는데 여기서 오디오 신호가 전기적 펄스 값으로 변환되어 뇌에 정보를 전송한 함.
 - 낮은 주파수에서는 몇 헤르츠 단위로 높은 주파수에서는 수백 헤르츠 단위로 주파수 구분이 이루어지며 이 경우 섬유세포는 그 구분 지역에서의 가장 큰 자극에 반응하게 되는데, 이를 Hervey Fletcher에 의해 정의된 **임계대역(Critical Band)**이라 함.
 - 실험에 의하면 귀의 임계대역은 높은 주파수보다 낮은 주파수에서 훨씬 좁음. 500Hz이하의 신호에서는 약 100Hz간격으로 500Hz이상의 신호는 1/3에서 1/5옥타브 간격으로 크리티컬 밴드가 구성됨.

- 단 3도보다 좁은 화성이 울릴 때 불협화음으로 인지
- 불협화음 : 귀로 불협화음이라는 것을 인지 할 수 있는 구조물로 이루어짐
즉 불협화음을 이루고 있는 사인파들의 상호작용에 의한 화음
구성하고 있는 배음들이 많은 숫자를 포함하고 있음
- Table 14.1 : The Musical Mystery of consonant ratios of small integers
 - 그리스에서 가르치는 전통음악의 interval : 정수의 비율로 나타냄
 - M6th(3:5) = 4th(3:4) + M3rd(4:5)
 - 그리스 현의 길이 비율 : Fret position 과 bridge의 거리에 따라 비율이 나타남
 - 스트링 길이의 1/2 지역은 한 옥타브 위의 tone이 나타남

14.2 Periodicity, Partial, and Interval

- 주기적인 사운드 : 일반적인 자연의 소리
 - 예) 스트링의 vibration, 공기의 진동, 곤충의 소리, 동물 울음소리
- 초당 f번 진동 : 이를 통해 음악적 tone을 유추 할 수 있음
- 주기적 사운드의 배음들 : 주파수 f 배의 정수배
- 배음 구성 : Fundamental, 제1 Harmonic, 제2 Harmonic....
- Pitch frequency : tone의 pitch
- f, 2f, 3f, 4f...: 주기적 사운드의 배음

14.3 Beats and Tuning

- 음악 tone은 fundamental의 정수배 주파수, 즉 harmonic partial을 지닌 주기적 사운드
- 음악적 INTERVAL의 비율 - 1:2(옥타브), 2:3(5도) 등
- 어떠한 옥타브에서도 비율은 동일
- Beating(맥놀이) : 악기 조율에 사용
 - 두 음의 몇몇 배음이 서로 가까울 때 생김
- 평균율 조율 : beating이 0의 비율이 아닌 1초에 해당되는 수로 조율
- 피아노 : 현의 장력 때문에 피아노 악기의 배음은 정확한 화성적 조율로 이루어졌다 볼 수 없음

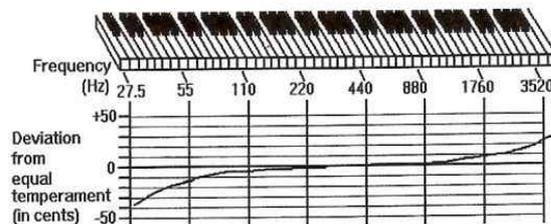


Figure 14.2 Deviations from equal temperament in a piano tuned by beats.

Figure 14.2 : beating으로 조율된 피아노 평균을 편차
 -cent : musical half step의 1/100 단위

Table 14.2 Stretched spectra and scale examples : harmony and the coincidence of partials

EXAMPLE	ATTRIBUTES	PERCEPTUAL RESULT
	Normal scale, harmonic partials	harmonious
	Stretched scale, harmonic partials	dissonant
	Stretched scale, stretched partials	somewhat harmonious
	Normal scale, normal partials	harmonious

- #sound sample. 58. : Stretched scale/ partials
 - a. hymn played with normal scale and harmonic
 - b. hymn played with stretched scale but normal harmonic partials
 - c. hymn played with stretched scale and stretched partials
 - d. hymn played with normal scale and normal harmonic(repeat of a)

14.4 Relative Consonance of Intervals

- 음악 interval의 특징은 음악적 문맥에 의해 결정 됨
 - 다른 key에서 가져온 코드는 불협화음으로 나타남
 - Tonal consonance : 음악 interval이 지니는 고유한 협화음
 - tone의 스펙트라와 음악적 interval 두개의 관계에 의해 나타남
 - square파 : high harmonics들이 강하고 가까이 서로 위치한 배음 들 때문에 불쾌한 음 색이 나타남 예) the buzzy sound
- #sound sample. 59. sines, versus complex waves

Table 14.3 Superconsonant intervals in which harmonics of upper tone are all harmonics of lower tone

FREQ. RATIO	MUSICAL INTERVAL
1:2	Octave (C-C')
1:3	Octave + fifth (C-G')
1:4	Two octaves (C-C'')
1:5	Two octaves + maj. third (C-E'')
1:6	Two octaves + fifth (C-G'')

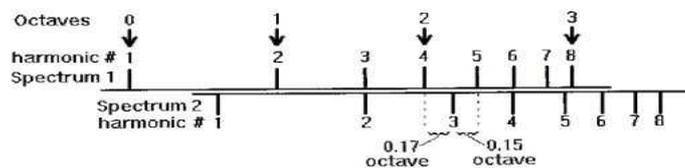


Figure 14.3 First eight harmonics of two tones a fifth apart.

- Superconsonant
 - Superconsonant 음정 : 낮은 tone 보다 음색이 더 밝음
 - 옥타브가 넘어가도 협화는 같음
 - 비교 : fifth(2:3)과 octave plus a fifth(1:3)
- Figure 14.3
 - 낮은 tone harmonics에 겹쳐 쌓여진 upper tone harmonics

Table 14.4 Intervals specified by ratios $M:N$

INTERVAL	M:N	DIVISOR	FREQ. BELOW LOWER FREQ.
octave	1:2	1	Same
Fifth	2:3	1/2	One octave
Fourth	3:4	1/3	Octave + fifth
Major third	4:5	1/4	Two octaves
Minor third	5:6	1/5	2 octave + major third

Note : M refers to the lower frequency and N to the upper frequency. M is the ratio of the lower frequency to the common divisor frequency. Also, every M th harmonic of the lower frequency coincides with an N th harmonic of the upper frequency.

- Table. 14.4
 - the lower과 upper tone의 frequency 비율 $M:N$
 - 1 옥타브 : $M = 1$
 - 주파수 구성 성분은 lower tone 배음을 지님
 - upper tone M 배음과 lower tone N 배음이 동시에 울림
 - noncoincident 배음
 - the lower tone의 배음과 upper tone 배음이 동시에 울리지 않음
 - 불협화음으로 인지
 - lower tone의 임계대역 지점의 주파수에 위치 함
 - lower tone과 upper tone의 스펙트라
 - upper tone이 lower tone 보다 fundamental 주파수가 높으면 두 개의 tone은 동시에 울리지 않고 각각 독립적으로 두 개의 사운드로 들림

Table 14.5 Consonance rating of intervals

INTERVAL NAME	NUMBER OF SEMITONES	IDEAL RATIO	DISSONANCE RATING (1-7)
Octave	12	1:2	1.7
Fifth	7	2:3	1.7
Fourth	5	3:4	2.0
Major third	4	4:5	2.0
Major sixth	9	5:3	2.4
Minor third	3	5:6	2.6
Minor sixth	8	5:8	3.0
Minor seventh	10		3.3
Major second	2		3.9
Tritone	6		4.0
Major seventh	11		5.3
Minor second	1		5.7
Minor ninth	13		5.8

Source: Nordmark and Fahlen (1988).

- fundamental 주파수의 임계대역은 조금씩 변할 수 있음
 - fundamental 주파수의 임계대역 비율은 피아노의 가장 마지막 음,
 - 즉 낮은 tone지점에서 가장 큼
 - 같은 음정이라도 중간, 높은 음역에 비해 낮은 음들에서 불협 화음의 요소를 지님
 - C2 밑의 Major, minor 3도는 편곡을 할 경우 사용하지 않게 가르침
 - C2는 root로 사용 함
- Jan Nordmark와 Lennart Fahlen(1988)
 - 각 음정의 불협화 등급을 매김

14.5 Beats in Triads of Sine Waves

- 비율에 상관없이 배음의 주파수가 잘 분리된다면 불협화음이나 beating 현상은 거의 나타나지 않음
- major third의 세 개의 tone이 약간 mistune으로 조율된다면 beating이 일어날까?
 - 약하게 일어남(인간의 귀가 직선형이 아니기 때문에 약한 mistuning도 청취가 가능)
- Major triad의 주파수 비율을 4: 5: 6으로 간주 할 경우
 - 세 개의 주파수 중 가장 낮은 주파수는 $F=4F_0$ 원리 적용
 - 만약 $F=5F_0, 6F_0$ 이면 인간은 낮은 주파수 대역의 음을 감지 할 수 없음

#Sound.sample 60. Nonlinear beating sine waves.

14.6 Rameau and Inversions

- 3화음에서 beating
 - 약간 mistuning 될 때 beating 현상이 나타나 들을 수 있음
 - 귀의 비선형 때문에 낮은 레벨에서도 들을 수 있음
- 화음의 전위
 - Rameau(1683~1764) :프랑스의 작곡·음악 이론가. 합리적인 기능 화성 이론의 기초
 - 음악전문인 : root 포지션과 전위된 화성을 동일하도록 학습
 - 일반인 : root 포지션화음과 전위된 화음 구별을 학습 받지 않으므로 구별 하지 못함

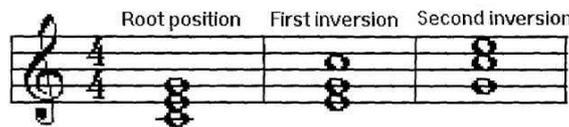


Figure 14.4 Inversions of a triad.

14.7 Consonant Intervals and Scale



Figure 14.5 Major triads on C, F, and G give all the notes of the C-major scale

- Figure 14.5
 - 같은 scale에서 Tonic(C), Subdominant(F), Dominant(G)가 나타남
 - 정수 비율에 의해 피치가 올라가고 내려가는 것을 숫자화 시킬 필요 있음
 - 즉 VIII octave 1:2
 - V fifth 2:3
 - III major third 4:5
 - 예) up Four fifths up : 4V
 - down two octave : -2VIII
- Music notation : staff, sharp, flat
 - 4도 증가와 5도 하강은 같은 pitch이지만 정확하게 이를 똑같다 할 수 없음
 - 예) A#과 B♭은 정확히 같은 pitch가 아님
- 건반 악기의 pitch : 평균율로 조율됨
 - 2개의 root를 12개(Black key and white key)로 나누어 정확히 pitch frequency의 비율을 맞춤. *비율 : 약 1.05946
 - 완전 4, 5, 8은 정확히 위의 비율 수치가 맞음, 장3도, 단3도는 정확하지 않음
- L.A. Robert와 Max Mathews
 - 장 3화음을 들었을 때, 몇몇 사람들은 순정율 3도보다 mistuned된 3도(평균율 3도)를 좋아함

14.8 Pitch Errors in Scales

- 스케일에서 pitch는 fundamental 주파수의 비율과 정확히 맞지 않고 오류가 발생 함
- 이상적인 pitch 비율 : cent 또는 thousandths of an octave(hundredths of a semitone)로 나타냄
- Table 14.7 : cents와 관계된 표
 - single cent의 pitch 비율 : 대략 C=1.00057779

Table 14.7 What's a cent? Some relationship

A cent is a frequency ratio C, just slightly greater than unity
 $C = 1.00057779$
 A cent is 1/1200 of an octave: $C^{1200} = 2.0$
 $\ln(C) = \ln(2)/1200$
 $C^N = R$
 $N \ln(C) = \ln(R)$
 $N = \ln(R)/\ln(C)$

Table 14.8 Equal versus just temperament intervals, in cents

INTERVAL	NO. SEMITONES	CENTS. EQUAL TEMP (평균율).	CENTS. JUST TEMP (순정율).
Fifth	7	700	$\ln(3/2)/\ln(C) = 702.0$
Fourth	5	500	$\ln(4/3)/\ln(C) = 498.0$
Major third	4	400	$\ln(5/4)/\ln(C) = 386.3$
Minor or third	3	300	$\ln(6/5)/\ln(C) = 315.6$
Major sixth	9	900	$\ln(5/3)/\ln(C) = 884.4$
Minor sixth	8	800	$\ln(8/5)/\ln(C) = 813.7$

Table 14.8 : 순정율과 평균율의 cents 비교

Table 14.9 Intervals and departures from just intervals, in cents

	EQUAL		JUST		MEANTONE		PYTHAGOREAN	
D-F	300	-15.6	294.1	-21.5	310.3	-5.3	294.1	-21.5
E-G	300	-16.6	315.6	0	310.3	-5.3	294.1	-21.5
A-C'	300	-15.6	315.6	0	310.3	-5.3	294.1	-21.5
C-E	400	14.7	386.3	0	386.3	0	407.8	21.5
F-A	400	14.7	386.3	0	386.3	0	407.8	21.5
G-B	400	14.7	386.3	0	386.3	0	407.8	21.5
C-G	700	-2.0	702.0	0	696.6	-5.4	702.0	0
O-A	700	-2.0	680.5	-21.5	696.6	-5.4	702.0	0
E-B	700	-2.0	702.0	0	696.6	-5.4	702.0	0
F-C	700	-2.0	702.0	0	696.6	-5.4	702.0	0
G-O'	700	-2.0	702.0	0	696.6	-5.4	702.0	0
A-E'	700	-2.0	702.0	0	696.6	-5.4	702.0	0

- Table 14.9 : 평균율과 순정율, meantone 비교
 - C key의 흰 건반 음정 튜닝의 cents
 - 순정율: C key에서 순정율 음정은 비교적 정확함
 - Pythagorean - 5도, 4도 음정은 정확 함, 그러나 장, 단3도는 정확하지 않음
 - meantone - 장3도 음정이 정확함
 - 평균율 : 5도와 4도 음정은 비교적 정확하고 장, 단3도는 많이 오류가 발생함

Table 14.10 Frequencies of chromatic meantone scale, middle C to one octave above

NOTE	CENTS	FREQUENCY
C	0	263.1
C-sharp	76	275.0
D	193	294.2
E-flat	310	314.7
E	386	328.9
F	503	352.7
F-sharp	580	367.9
G	697	393.6
G-sharp	773	411.3
A	890	440.0
B-flat	1007	470.8
B	1083	491.9
C'	1200	526.3

Table 14.10 : meantone scale

- 중간 C의 meantone 옥타브의 tone을 cent로 나타냄
- Sharp, flat에서 pitch의 오류 값 발생
- 평균율 조율 이전 2세기 동안 건반악기 조율
- C조에서는 거의 정확하나 #, b 이 많은 key에서 부정확 함
- Stanford의 메모리얼 교회오르간(Memorial Church)
:평균율 또는 meantone으로 바꿔 튜닝 할 수 있음

Table 14.11 Some ideal and meantone intervals

INTERVAL	CENTS, IDEAL	RATIO, IDEAL	CENTS, MEANTONE	RATIO MEANTONE
C-E	386	1.25	386	1.25
C-G	702	1.50	697	1.50
C#-F	386	1.25	427	1.28
C#-G#	702	1.50	697	1.50

Table 4.12 Qualitative judgment of middle C major tetrads

Just	Very good
Meantone	Very good
Equal	Out of tune
Meantone, key of C#	Awful

#Sound.sample 61. C Maj. triads on temperaments

14.9 Other Scales

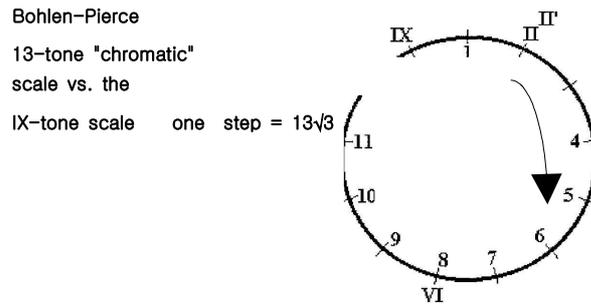


Figure 4.6 intervals and chord of the Bohlen-Pierce scale.

- Bohlen-Pierce scale(Mathews et al. 1988)
 - 옥타브(1:2) 대신 tritave(1:3 -스케일)을 반복
 - tetrad(4개를 하나로 묶음- 3:5:7:9)를 스케일의 fundamental로 지정
 - tetrad 음정: 1 tritave를 13개의 chromatic으로 나누어 사용
- #Sound.sample 62. pierce scale
- 작곡가 Richard Boulanger, Ami Randunskaya, Jon Applestone
 - 13개 반음계적 tone과 9개 tone 사용 함

14.10 Tones with Strange Spectra

- 비화성 배음
 - Orchestra chimes, kettle drum, carillon bells 등
 - 배음들의 독특한 특성으로 음악적 특성을 나타냄
- sine wave
 - 사인파는 주기성을 가지고 있지만 음악적 tone은 아님
 - quasi-musical tone
- Shepard tone
 - 모든 배음들이 옥타브로 제한 됨
 - fundamental이 없음
 - pitch가 모호함

