

14. Consonance and Scales

John Pierce

14.1 Numbers

- 동시에 들리는 tone은 서로 상호 작용을 해서 화성(Harmony), 불협화성(dissonant), 소음(noisy) 등이 만들어짐
- 사인파 사운드
 - cochlea의 basilar membrane을 따라 진동하는 자극의 패턴으로 이루어짐
 - 두 개의 사운드는 임계대역보다 더 세분화된 주파수를 지닐 때는 패턴이 오버랩 되지 않으며 사인파들은 서로 상호작용이 이루어지지 않음¹⁾
 - 임계대역 1/4정도 지점의 주파수대가 가장 많은 상호 작용을 함

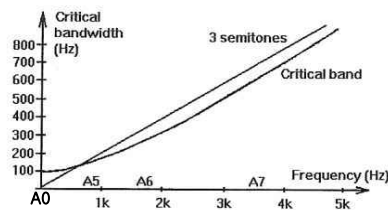


Figure 14.1 The curve shows the width of critical bandwidth plotted against frequency. The straight line represents a musical minor third plotted against frequency.

Table 14.1 The musical mystery of consonant ratios of small integers

| | | | | |
|-----|-----|-------|-------|-----|
| 1:2 | 2:3 | 3:4 | 4:5 | 5:6 |
| | | (3:4) | (4:5) | 3:5 |

Note: In classical times these ratios of small numbers used by Greeks were lengths of strings. The modern interpretation is ratios of frequencies

- Critical Bandwidth의 plotted지점(Y축) 과 Frequency(X축)
- Frequency 보다 critical bandwidth의 수치가 더 크다
A0(27.5Hz) 지점 - Critical Band는 약 100Hz
- 귀의 임계대역은 높은 주파수보다 낮은 주파수에서 훨씬 좁음
A5 지점(880Hz) - Critical Band는 약 180Hz
A7 지점(350Hz) - Critical Band는 약 550Hz

1) <http://www.ansetech.co.kr/anse/2001s-4.htm>

임계대역(Critical Band) : 인간의 청각 기관은 외이, 중이, 내이로 구성
 - 외이는 주변소리에 대한 음향에너지의 압력변화를 모아 고막(중이)에 전달하고 중이는 전달된 압력변화를 증폭하여 기계적 운동 값으로 변환하며 내이에서는 전달된 기계적 진동량이 청각 신경계를 자극하도록 전기적 운동으로 변환시켜 뇌에 전달함.
 - 기저막에는 약 3만개의 섬유세포가 있는데 여기서 오디오 신호가 전기적 펄스 값으로 변환되어 뇌에 정보를 전송한 함.
 - 낮은 주파수에서는 몇 헤르츠 단위로 높은 주파수에서는 수백 헤르츠 단위로 주파수 구분이 이루어지며 이 경우 섬유세포는 그 구분 지역에서의 가장 큰 자극에 반응하게 되는데, 이를 Hervey Fletcher에 의해 정의된 **임계대역(Critical Band)**이라 함.
 - 실험에 의하면 귀의 임계대역은 높은 주파수보다 낮은 주파수에서 훨씬 좁음. 500Hz이하의 신호에서는 약 100Hz간격으로 500Hz이상의 신호는 1/3에서 1/5옥타브 간격으로 크리티컬 밴드가 구성됨.

- 단 3도보다 좁은 화성이 울릴 때 불협화음으로 인지
- 불협화음 : 귀로 불협화음이라는 것을 인지 할 수 있는 구조물로 이루어짐
즉 불협화음을 이루고 있는 사인파들의 상호작용에 의한 화음
구성하고 있는 배음들이 많은 숫자를 포함하고 있음
- Table 14.1 : The Musical Mystery of consonant ratios of small integers
 - 그리스에서 가르치는 전통음악의 interval : 정수의 비율로 나타냄
 - M6th(3:5) = 4th(3:4) + M3rd(4:5)
 - 그리스 현의 길이 비율 : Fret position 과 bridge의 거리에 따라 비율이 나타남
 - 스트링 길이의 1/2 지역은 한 옥타브 위의 tone이 나타남

14.2 Periodicity, Partial, and Interval

- 주기적인 사운드 : 일반적인 자연의 소리
 - 예) 스트링의 vibration, 공기의 진동, 곤충의 소리, 동물 울음소리
- 초당 f번 진동 : 이를 통해 음악적 tone을 유추 할 수 있음
- 주기적 사운드의 배음들 : 주파수 f 배의 정수배
- 배음 구성 : Fundamental, 제1 Harmonic, 제2 Harmonic....
- Pitch frequency : tone의 pitch
- f, 2f, 3f, 4f...: 주기적 사운드의 배음

14.3 Beats and Tuning

- 음악 tone은 fundamental의 정수배 주파수, 즉 harmonic partial을 지닌 주기적 사운드
- 음악적 INTERVAL의 비율 - 1:2(옥타브), 2:3(5도) 등
- 어떠한 옥타브에서도 비율은 동일
- Beating(맥놀이) : 악기 조율에 사용
 - 두 음의 몇몇 배음이 서로 가까울 때 생김
- 평균율 조율 : beating이 0의 비율이 아닌 1초에 해당되는 수로 조율
- 피아노 : 현의 장력 때문에 피아노 악기의 배음은 정확한 화성적 조율로 이루어졌다 볼 수 없음

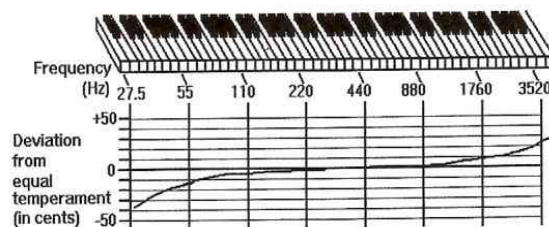


Figure 14.2 Deviations from equal temperament in a piano tuned by beats.

Figure 14.2 : beating으로 조율된 피아노 평균을 편차
 -cent : musical half step의 1/100 단위

- Table 14.2 Stretched spectra and scale examples : harmony and the coincidence of partials

| EXAMPLE | ATTRIBUTES | PERCEPTUAL RESULT |
|---------|-------------------------------------|---------------------|
| | Normal scale, harmonic partials | harmonious |
| | Stretched scale, harmonic partials | dissonant |
| | Stretched scale, stretched partials | somewhat harmonious |
| | Normal scale, normal partials | harmonious |

- #sound sample. 58. : Stretched scale/ partials
 - hymn played with normal scale and harmonic
 - hymn played with stretched scale but normal harmonic partials
 - hymn played with stretched scale and stretched partials
 - hymn played with normal scale and normal harmonic(repeat of a)

14.4 Relative Consonance of Intervals

- 음악 interval의 특징은 음악적 문맥에 의해 결정 됨
 - 다른 key에서 가져온 코드는 불협화음으로 나타남
- Tonal consonance : 음악 interval이 지니는 고유한 협화음
 - tone의 스펙트라와 음악적 interval 두개의 관계에 의해 나타남
- square파 : high harmonics들이 강하고 가까이 서로 위치한 배음 들 때문에 불쾌한 음 색이 나타남 예) the buzzy sound
- #sound sample. 59. sines, versus complex waves

Table 14.3 Superconsonant intervals in which harmonics of upper tone are all harmonics of lower tone

| FREQ. RATIO | MUSICAL INTERVAL |
|-------------|----------------------------------|
| 1:2 | Octave (C-C') |
| 1:3 | Octave + fifth (C-G') |
| 1:4 | Two octaves (C-C'') |
| 1:5 | Two octaves + maj. third (C-E'') |
| 1:6 | Two octaves + fifth (C-G'') |

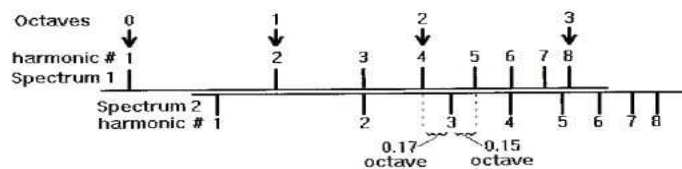


Figure 14.3 First eight harmonics of two tones a fifth apart.

- Superconsonant
 - Superconsonant 음정 : 낮은 tone 보다 음색이 더 밝음
 - 옥타브가 넘어가도 협화는 같음
 - 비교 : fifth(2:3)과 octave plus a fifth(1:3)
- Figure 14.3
 - 낮은 tone harmonics에 겹쳐 쌓여진 upper tone harmonics

Table 14.4 Intervals specified by ratios $M:N$

| INTERVAL | M:N | DIVISOR | FREQ. BELOW LOWER FREQ. |
|-------------|-----|---------|-------------------------|
| octave | 1:2 | 1 | Same |
| Fifth | 2:3 | 1/2 | One octave |
| Fourth | 3:4 | 1/3 | Octave + fifth |
| Major third | 4:5 | 1/4 | Two octaves |
| Minor third | 5:6 | 1/5 | 2 octave + major third |

Note : M refers to the lower frequency and N to the upper frequency. M is the ratio of the lower frequency to the common divisor frequency. Also, every M th harmonic of the lower frequency coincides with an N th harmonic of the upper frequency.

- Table. 14.4
 - the lower과 upper tone의 frequency 비율 $M:N$
 - 1 옥타브 : $M = 1$
 - 주파수 구성 성분은 lower tone 배음을 지님
 - upper tone M 배음과 lower tone N 배음이 동시에 울림
 - noncoincident 배음
 - the lower tone의 배음과 upper tone 배음이 동시에 울리지 않음
 - 불협화음으로 인지
 - lower tone의 임계대역 지점의 주파수에 위치 함
 - lower tone과 upper tone의 스펙트라
 - upper tone이 lower tone 보다 fundamental 주파수가 높으면 두 개의 tone은 동시에 울리지 않고 각각 독립적으로 두 개의 사운드로 들림

Table 14.5 Consonance rating of intervals

| INTERVAL NAME | NUMBER OF SEMITONES | IDEAL RATIO | DISSONANCE RATING (1-7) |
|---------------|---------------------|-------------|-------------------------|
| Octave | 12 | 1:2 | 1.7 |
| Fifth | 7 | 2:3 | 1.7 |
| Fourth | 5 | 3:4 | 2.0 |
| Major third | 4 | 4:5 | 2.0 |
| Major sixth | 9 | 5:3 | 2.4 |
| Minor third | 3 | 5:6 | 2.6 |
| Minor sixth | 8 | 5:8 | 3.0 |
| Minor seventh | 10 | | 3.3 |
| Major second | 2 | | 3.9 |
| Tritone | 6 | | 4.0 |
| Major seventh | 11 | | 5.3 |
| Minor second | 1 | | 5.7 |
| Minor ninth | 13 | | 5.8 |

Source: Nordmark and Fahlen (1988).

- fundamental 주파수의 임계대역은 조금씩 변할 수 있음
 - fundamental 주파수의 임계대역 비율은 피아노의 가장 마지막 음,
 - 즉 낮은 tone지점에서 가장 큼
 - 같은 음정이라도 중간, 높은 음역에 비해 낮은 음들에서 불협 화음의 요소를 지님
 - C2 밑의 Major, minor 3도는 편곡을 할 경우 사용하지 않게 가르침
 - C2는 root로 사용 함
- Jan Nordmark와 Lennart Fahlen(1988)
 - 각 음정의 불협화 등급을 매김

14.5 Beats in Triads of Sine Waves

- 비율에 상관없이 배음의 주파수가 잘 분리된다면 불협화음이나 beating 현상은 거의 나타나지 않음
- major third의 세 개의 tone이 약간 mistune으로 조율된다면 beating이 일어날까?
 - 약하게 일어남(인간의 귀가 직선형이 아니기 때문에 약한 mistuning도 청취가 가능)
- Major triad의 주파수 비율을 4: 5: 6으로 간주 할 경우
 - 세 개의 주파수 중 가장 낮은 주파수는 $F=4F_0$ 원리 적용
 - 만약 $F=5F_0, 6F_0$ 이면 인간은 낮은 주파수 대역의 음을 감지 할 수 없음

#Sound.sample 60. Nonlinear beating sine waves.

14.6 Rameau and Inversions

- 3화음에서 beating
 - 약간 mistuning 될 때 beating 현상이 나타나 들을 수 있음
 - 귀의 비선형 때문에 낮은 레벨에서도 들을 수 있음
- 화음의 전위
 - Rameau(1683~1764) :프랑스의 작곡·음악 이론가. 합리적인 기능 화성 이론의 기초
 - 음악전문인 : root 포지션과 전위된 화성을 동일하도록 학습
 - 일반인 : root 포지션화음과 전위된 화음 구별을 학습 받지 않으므로 구별 하지 못함

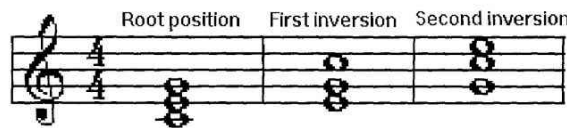


Figure 14.4 Inversions of a triad.

14.7 Consonant Intervals and Scale



Figure 14.5 Major triads on C, F, and G give all the notes of the C-major scale

- Figure 14.5
 - 같은 scale에서 Tonic(C), Subdominant(F), Dominant(G)가 나타남
 - 정수 비율에 의해 피치가 올라가고 내려가는 것을 숫자화 시킬 필요 있음
 - 즉 VIII octave 1:2
 - V fifth 2:3
 - III major third 4:5
 - 예) up Four fifths up : 4V
 - down two octave : -2VIII
- Music notation : staff, sharp, flat
 - 4도 증가와 5도 하강은 같은 pitch이지만 정확하게 이를 똑같다 할 수 없음
 - 예) A#과 B♭은 정확히 같은 pitch가 아님
- 건반 악기의 pitch : 평균율로 조율됨
 - 2개의 root를 12개(Black key and white key)로 나누어 정확히 pitch frequency의 비율을 맞춤. *비율 : 약 1.05946
 - 완전 4, 5, 8은 정확히 위의 비율 수치가 맞음, 장3도, 단3도는 정확하지 않음
- L.A. Robert와 Max Mathews
 - 장 3화음을 들었을 때, 몇몇 사람들은 순정율 3도보다 mistuned된 3도(평균율 3도)를 좋아함

14.8 Pitch Errors in Scales

- 스케일에서 pitch는 fundamental 주파수의 비율과 정확히 맞지 않고 오류가 발생 함
- 이상적인 pitch 비율 : cent 또는 thousandths of an octave(hundredths of a semitone)로 나타냄
- Table 14.7 : cents와 관계된 표
 - single cent의 pitch 비율 : 대략 C=1.00057779

Table 14.7 What's a cent? Some relationship

A cent is a frequency ratio C, just slightly greater than unity
 $C = 1.00057779$
 A cent is 1/1200 of an octave: $C^{1200} = 2.0$
 $\ln(C) = \ln(2)/1200$
 $C^N = R$
 $N \ln(C) = \ln(R)$
 $N = \ln(R)/\ln(C)$

Table 14.8 Equal versus just temperament intervals, in cents

| INTERVAL | NO. SEMITONES | CENTS. EQUAL TEMP (평균율). | CENTS. JUST TEMP (순정율). |
|----------------|---------------|--------------------------|---------------------------|
| Fifth | 7 | 700 | $\ln(3/2)/\ln(C) = 702.0$ |
| Fourth | 5 | 500 | $\ln(4/3)/\ln(C) = 498.0$ |
| Major third | 4 | 400 | $\ln(5/4)/\ln(C) = 386.3$ |
| Minor or third | 3 | 300 | $\ln(6/5)/\ln(C) = 315.6$ |
| Major sixth | 9 | 900 | $\ln(5/3)/\ln(C) = 884.4$ |
| Minor sixth | 8 | 800 | $\ln(8/5)/\ln(C) = 813.7$ |

Table 14.8 : 순정율과 평균율의 cents 비교

Table 14.9 Intervals and departures from just intervals, in cents

| | EQUAL | | JUST | | MEANTONE | | PYTHAGOREAN | |
|------|-------|-------|-------|-------|----------|------|-------------|-------|
| D-F | 300 | -15.6 | 294.1 | -21.5 | 310.3 | -5.3 | 294.1 | -21.5 |
| E-G | 300 | -16.6 | 315.6 | 0 | 310.3 | -5.3 | 294.1 | -21.5 |
| A-C' | 300 | -15.6 | 315.6 | 0 | 310.3 | -5.3 | 294.1 | -21.5 |
| C-E | 400 | 14.7 | 386.3 | 0 | 386.3 | 0 | 407.8 | 21.5 |
| F-A | 400 | 14.7 | 386.3 | 0 | 386.3 | 0 | 407.8 | 21.5 |
| G-B | 400 | 14.7 | 386.3 | 0 | 386.3 | 0 | 407.8 | 21.5 |
| C-G | 700 | -2.0 | 702.0 | 0 | 696.6 | -5.4 | 702.0 | 0 |
| O-A | 700 | -2.0 | 680.5 | -21.5 | 696.6 | -5.4 | 702.0 | 0 |
| E-B | 700 | -2.0 | 702.0 | 0 | 696.6 | -5.4 | 702.0 | 0 |
| F-C | 700 | -2.0 | 702.0 | 0 | 696.6 | -5.4 | 702.0 | 0 |
| G-O' | 700 | -2.0 | 702.0 | 0 | 696.6 | -5.4 | 702.0 | 0 |
| A-E' | 700 | -2.0 | 702.0 | 0 | 696.6 | -5.4 | 702.0 | 0 |

- Table 14.9 : 평균율과 순정율, meantone 비교
 - C key의 흰 건반 음정 튜닝의 cents
 - 순정율: C key에서 순정율 음정은 비교적 정확함
 - Pythagorean - 5도, 4도 음정은 정확 함, 그러나 장, 단3도는 정확하지 않음
 - meantone - 장3도 음정이 정확함
 - 평균율 : 5도와 4도 음정은 비교적 정확하고 장, 단3도는 많이 오류가 발생함

Table 14.10 Frequencies of chromatic meantone scale, middle C to one octave above

| NOTE | CENTS | FREQUENCY |
|---------|-------|-----------|
| C | 0 | 263.1 |
| C-sharp | 76 | 275.0 |
| D | 193 | 294.2 |
| E-flat | 310 | 314.7 |
| E | 386 | 328.9 |
| F | 503 | 352.7 |
| F-sharp | 580 | 367.9 |
| G | 697 | 393.6 |
| G-sharp | 773 | 411.3 |
| A | 890 | 440.0 |
| B-flat | 1007 | 470.8 |
| B | 1083 | 491.9 |
| C' | 1200 | 526.3 |

Table 14.10 : meantone scale

- 중간 C의 meantone 옥타브의 tone을 cent로 나타냄
- Sharp, flat에서 pitch의 오류 값 발생
- 평균율 조율 이전 2세기 동안 건반악기 조율
- C조에서는 거의 정확하나 #, b 이 많은 key에서 부정확 함
- Stanford의 메모리얼 교회오르간(Memorial Church)
:평균율 또는 meantone으로 바꿔 튜닝 할 수 있음

Table 14.11 Some ideal and meantone intervals

| INTERVAL | CENTS, IDEAL | RATIO, IDEAL | CENTS, MEANTONE | RATIO MEANTONE |
|----------|--------------|--------------|-----------------|----------------|
| C-E | 386 | 1.25 | 386 | 1.25 |
| C-G | 702 | 1.50 | 697 | 1.50 |
| C#-F | 386 | 1.25 | 427 | 1.28 |
| C#-G# | 702 | 1.50 | 697 | 1.50 |

Table 4.12 Qualitative judgment of middle C major tetrads

| | |
|---------------------|-------------|
| Just | Very good |
| Meantone | Very good |
| Equal | Out of tune |
| Meantone, key of C# | Awful |

#Sound.sample 61. C Maj. triads on temperaments

14.9 Other Scales

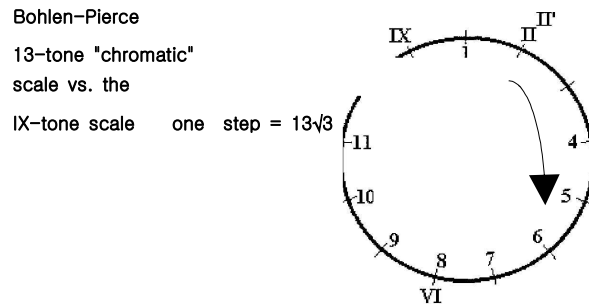


Figure 4.6 intervals and chord of the Bohlen-Pierce scale.

- Bohlen-Pierce scale(Mathews et al. 1988)
 - 옥타브(1:2) 대신 tritave(1:3 -스케일)을 반복
 - tetrad(4개를 하나로 묶음- 3:5:7:9)를 스케일의 fundamental로 지정
 - tetrad 음정: 1 tritave를 13개의 chromatic으로 나누어 사용
- #Sound.sample 62. pierce scale
- 작곡가 Richard Boulanger, Ami Randunskaya, Jon Applestone
 - 13개 반음계적 tone과 9개 tone 사용 함

14.10 Tones with Strange Spectra

- 비화성 배음
 - Orchestra chimes, kettle drum, carillon bells 등
 - 배음들의 독특한 특성으로 음악적 특성을 나타냄
- sine wave
 - 사인파는 주기성을 가지고 있지만 음악적 tone은 아님
 - quasi-musical tone
- Shepard tone
 - 모든 배음들이 옥타브로 제한 됨
 - fundamental이 없음
 - pitch가 모호함

